

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	4
Chemie.....	9
Wärmelehre.....	95
Bewegungslehre.....	119
Pneumatik und Hydraulik.....	155
Elektrotechnik.....	181
Energietechnik, alternative Energien.....	234
Leistung, Arbeit und Wirkungsgrad.....	261
Kräfte, schiefe Ebene und Drehmoment.....	305
Einfache Maschinen.....	369
Festigkeitslehre.....	384
Statistik.....	414
Tipps zur Prüfung.....	453
Impressum.....	454

Wärmelehre

Aufgabe 10:

		P3	K1	K2	K3
--	--	----	----	----	----

Nennen Sie Beispiele für homogene Gemische.

- Luft – Mischung aus Stickstoff, Sauerstoff, Argon, CO₂ usw.
- Salzlösung – Kochsalz vollständig in Wasser gelöst
- Essig – Lösung von Essigsäure in Wasser
- Wein oder Whisky – Mischung aus Alkohol und Wasser
- Zuckerwasser – Zucker vollständig gelöst in Wasser

Aufgabe 11:

	P2		K1	K2	K3
--	----	--	----	----	----

Aus was besteht die homogene Mischung Luft?

- Stickstoff (N₂) ca. 78 %
- Sauerstoff (O₂) ca. 21 %
- Argon (Ar) ca. 0,93 %
- Kohlenstoffdioxid (CO₂) ca. 0,04 %
- Spurengase (< 0,03 %): Neon, Helium, Methan und Wasserdampf

Aufgabe 12:

		P3	K1	K2	K3
--	--	----	----	----	----

Was sind die Haupteigenschaften eines heterogenen Gemisches in Bezug auf seine Zusammensetzung?

- Unterschiedliche Phasen sind sichtbar: Die Bestandteile sind nicht gleichmäßig verteilt und oft mit bloßem Auge oder unter dem Mikroskop sichtbar.
- Keine einheitliche Struktur: Das Gemisch zeigt räumliche Unterschiede in Farbe, Dichte oder Textur.
- Physikalisch trennbar durch einfache Verfahren wie Filtration, Dekantieren oder Sieben.
- Kann fest, flüssig oder gasförmig sein.

Wärmelehre

Aufgabe 75:

P1			K1	K2	K3
----	--	--	----	----	----

Beschreiben Sie den Entstehungsprozess einer Metallbindung und erläutern Sie die charakteristischen Eigenschaften dieser chemischen Bindungsart.

Die Metallbindung ist eine chemische Bindungsart, die ausschließlich bei Metallen und Legierungen vorkommt.

Der Entstehungsprozess lässt sich durch das sogenannte Elektronengasmodell erklären:

- Metallatome besitzen wenige Valenzelektronen, die nur schwach gebunden sind.
- Diese Elektronen werden freigegeben und sind nicht mehr einem bestimmten Atom zugeordnet. Dadurch erreichen die Metallatome eine energetisch günstigere Konfiguration, vergleichbar mit der Edelgaskonfiguration.
- Zurück bleiben positiv geladene Atomrümpfe (Metall-Kationen).
- Die freibeweglichen Elektronen bilden ein sogenanntes Elektronengas, das die Atomrümpfe umgibt.
- Zwischen den positiven Atomrümpfen und dem negativen Elektronengas wirken elektrostatische Anziehungskräfte, die das Metallgitter zusammenhalten.

Aufgabe 76:

	P2		K1	K2	K3
--	----	--	----	----	----

Was ist eine Legierung?

Eine Legierung ist ein Gemisch aus zwei oder mehr Metallen oder einem Metall und weiteren Elementen. Legierungen besitzen oft verbesserte Eigenschaften wie Härte, Korrosionsbeständigkeit oder elektrische Leitfähigkeit.

Legierungen werden gezielt hergestellt, um mechanische, elektrische oder chemische Eigenschaften zu verbessern.

Aufgabe 77:

		P3	K1	K2	K3
--	--	----	----	----	----

Nennen Sie zwei Beispiele für Legierungen.

- Messing (Kupfer + Zink) – häufig in Musikinstrumenten und Armaturen.
- Stahl (Eisen + Kohlenstoff) – eine der wichtigsten Legierungen in der Industrie.

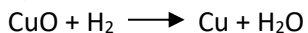
Aufgabe 95:

P1			K1	K2	K3
----	--	--	----	----	----

Kupferoxid CuO und Wasserstoff H₂ gehen eine Redoxreaktion ein.

- Stellen Sie diese Redoxreaktion von Kupferoxid (CuO) und Wasserstoff (H₂) als Reaktionsgleichung dar.
- Wie heißen die Edukte und Produkte?
- Welches Element ist das Reduktionsmittel und welches das Oxidationsmittel?
- Erstellen Sie die Teilgleichungen der Reaktion.

a)



b)

Edukte (Ausgangsstoffe): Kupferoxid (CuO) und Wasserstoff (H₂)

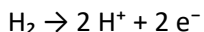
Produkte (Endstoffe): Kupfer (Cu) und Wasser (H₂O).

c)

Reduktionsmittel: Wasserstoff (H₂), gibt Elektronen ab

Oxidationsmittel: Kupferoxid (CuO), es nimmt Elektronen auf

Oxidationshalbgleichung (H₂ gibt zwei Elektronen ab):

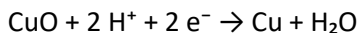


Jedes Wasserstoffmolekül gibt seine Elektronen ab.

Dabei zerfällt es in zwei positiv geladene Wasserstoffprotonen (H⁺)

Elektronen verlassen den Wasserstoff er wird somit oxidiert.

Reduktionshalbgleichung (Cu²⁺ nimmt die zwei freien Elektronen auf):



Die freigewordenen Elektronen werden von den Kupferionen (Cu²⁺) im Kupferoxid (CuO) aufgenommen.

Dadurch verwandeln sich die Kupferionen (Cu²⁺) in ungeladenes Kupfer (Cu).

Das Oxidion (O²⁻) verbindet sich mit den Wasserstoffionen (H⁺) und bildet Wasser (H₂O).

Wärmelehre

Aufgabe 110:

			K1	K2	K3
--	--	--	----	----	----

Auf was basiert der pH – Wert?

Er basiert auf der Konzentration der Wasserstoffionen H^+ bzw. Oxoniumionen (H_3O^+) in der Lösung.

Aufgabe 111:

P1			K1	K2	K3
----	--	--	----	----	----

Wie werden die pH – Werte einer pH-Skala unterteilt?

- $pH < 7$ bis 0 → sauer (z. B. Zitronensaft, Essig, Magensäure)
- $pH = 7$ → neutral (z. B. reines Wasser)
- $pH > 7$ bis 14 → basisch/alkalisch (z. B. Seifenlösung, Natronlauge)

Der pH-Wert ist dimensionslos und temperaturabhängig.

Aufgabe 112:

P1			K1	K2	K3
----	--	--	----	----	----

Wofür verwendet man ein Indikatorpapier in der Chemie?

Indikatorpapier ist ein spezielles Papier, das zur Bestimmung des pH-Werts einer Lösung verwendet wird.

Es enthält chemische Farbstoffe, die je nach Säure- oder Basengehalt der Lösung ihre Farbe ändern.

Wärmelehre

Aufgabe 1:

P1		W3	K1	K2	K3
----	--	----	----	----	----

Wo befindet sich der absolute Nullpunkt, also die niedrigste theoretisch erreichbare Temperatur, in Grad Celsius (°C) und Kelvin (K)?

Der absolute Nullpunkt entspricht -273,15 °C beziehungsweise 0 K. Der absolute Nullpunkt ist die tiefste theoretisch mögliche Temperatur, bei der die Teilchenbewegung vollständig zum Erliegen kommt.

Aufgabe 2:

P1		W3	K1	K2	K3
----	--	----	----	----	----

Wie viel Grad Celsius °C entsprechen T = 300 Kelvin?

Die Umrechnungsformel zwischen Kelvin und Grad Celsius lautet:

$$^{\circ}\text{C} = \text{K} - 273,15$$

Setzen wir die Temperatur T = 300 K in die Formel ein:

$$^{\circ}\text{C} = 300 \text{ K} - 273,15 = 26,85 ^{\circ}\text{C}$$

Aufgabe 3:

P1		W3	K1	K2	K3
----	--	----	----	----	----

Ein Aluminiumstab mit einer Länge von 15 Metern wird aufgrund von Sonneneinstrahlung um 40 °C erwärmt.

a) Ermitteln Sie die Längenänderung in Millimetern.

b) Bestimmen Sie die prozentuale Längenänderung.

a)

$$\Delta l = l_0 \cdot \alpha_L \cdot \Delta \vartheta$$

$$\Delta l = 15.000 \text{ mm} \cdot 0,000024 \frac{1}{^{\circ}\text{C}} \cdot 40 ^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta l = 14,4 \text{ mm}$$

b)

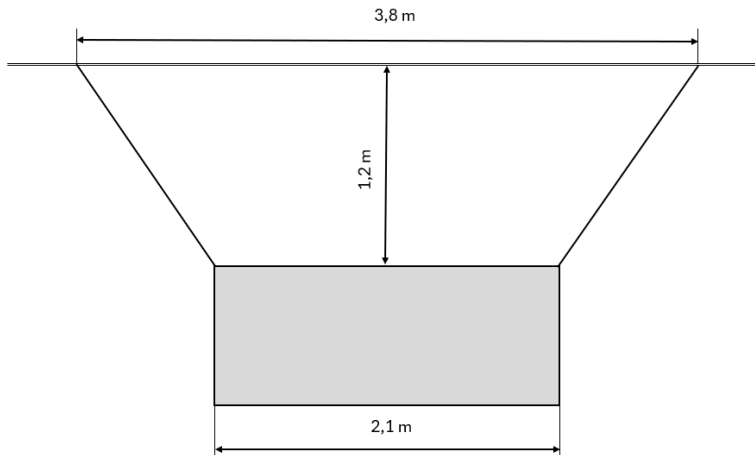
$$\Delta l = \frac{\Delta l}{l} \cdot 100 \%$$

$$\Delta l = \frac{14,4 \text{ mm}}{15.000 \text{ mm}} \cdot 100 \% = 0,096 \%$$

Aufgabe 4:

	P2		K1	K2	K3
--	----	--	----	----	----

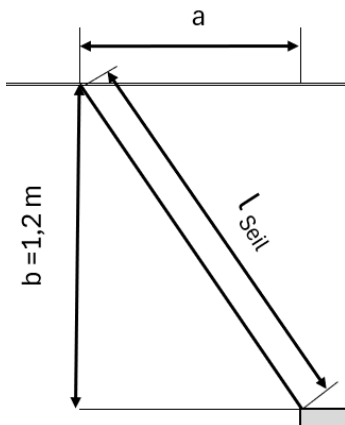
Ein Schild wird bei einer Umgebungstemperatur von $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ gemäß der beiliegenden Skizze mithilfe von Stahlseilen aufgehängt.



Die Temperatur erhöht sich um $25\text{ }^{\circ}\text{C}$. Die thermische Ausdehnung des Schildes bleibt unberücksichtigt.

- Bestimmen Sie die Länge der Seile l_{Seil} , nachdem das Schild bei einer Temperatur von $45\text{ }^{\circ}\text{C}$ aufgehängt wurde.
- Berechnen Sie, um wie viele Zentimeter sich das Schild infolge der Temperaturveränderung nach unten bewegt.

a)



$$a = \frac{(3,8 \text{ m} - 2,1 \text{ m})}{2}$$

$$a = \frac{1,7 \text{ m}}{2}$$

$$a = 0,85 \text{ m}$$

$$l_{\text{Seil}}^2 = a^2 + b^2$$

$$l_{\text{Seil}} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$l_{\text{Seil}} = \sqrt{(0,85 \text{ m})^2 + (1,2 \text{ m})^2}$$

$$l_{\text{Seil}} = \sqrt{0,7225 \text{ m}^2 + 1,44 \text{ m}^2}$$

$$l_{\text{Seil}} = \sqrt{2,1625 \text{ m}^2}$$

$$l_{\text{Seil}} = 1,47 \text{ m}$$

b)

$$\Delta l = l_{\text{Seil}} \cdot \alpha_L \cdot \Delta \vartheta$$

$$\Delta l = 1.470 \text{ mm} \cdot 0,000012 \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 40 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\Delta l = 0,7056 \text{ mm}$$

$$l_{\text{Seil } 40 \text{ }^\circ\text{C}} = l_{\text{Seil}} + \Delta l$$

$$l_{\text{Seil } 40 \text{ }^\circ\text{C}} = 1.470 \text{ mm} + 0,7056 \text{ mm}$$

$$l_{\text{Seil } 40 \text{ }^\circ\text{C}} = 1.470,71 \text{ mm}$$

$$l_{\text{Seil } 40 \text{ }^\circ\text{C}}^2 = a^2 + b^2$$

$$b^2 = l_{\text{Seil } 40 \text{ }^\circ\text{C}}^2 - a^2$$

$$b = \sqrt{(l_{\text{Seil } 40 \text{ }^\circ\text{C}})^2 - a^2}$$

$$b = \sqrt{(1,47071 \text{ m})^2 - (0,85 \text{ m})^2}$$

$$b = \sqrt{2,1630 \text{ m}^2 - 0,7225 \text{ m}^2}$$

$$b = \sqrt{1,4405 \text{ m}^2}$$

$$b = 1,2002 \text{ m}$$

$$\text{Absenkung} = 1,2002 \text{ m} - 1,2000 \text{ m} = 0,0002 \text{ m} = 0,2 \text{ mm}$$

Wärmelehre

Aufgabe 11:

P1			K1	K2	K3
----	--	--	----	----	----

In einem Backofen mit den Abmessungen $l = 50 \text{ cm}$, $b = 40 \text{ cm}$ und $h = 30 \text{ cm}$ wird die Luft von einer Ausgangstemperatur von $\vartheta_0 = 20 \text{ °C}$ auf $\vartheta_1 = 180 \text{ °C}$ erwärmt. Der Anfangsdruck beträgt $p_0 = 1,02 \text{ bar}$.

- Ermitteln Sie den Innendruck p_1 am Ende des Erwärmungsprozesses unter der Annahme, dass keine Luft aus dem Backofen entweicht.
- Berechnen Sie das Volumen V_2 der Luft in Litern, die aus dem Backofen austritt, sofern der Ofen nicht luftdicht verschlossen ist.

a)

$$V_0 = l \cdot b \cdot h$$

$$V_0 = 50 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} = 60.000 \text{ cm}^3 = 0,06 \text{ m}^3$$

$$T_0 = 20 \text{ °C} + 273,15 \text{ °C} = 293,15 \text{ K}$$

$$T_1 = 180 \text{ °C} + 273,15 \text{ °C} = 453,15 \text{ K}$$

Ermittlung des Drucks p_1 bei geschlossenem Ofen:

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1}$$

$V_0 = V_1$ somit gilt:

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p_1}{T_1}$$

$$p_1 = \frac{p_0 \cdot T_1}{T_0}$$

$$p_1 = \frac{1,02 \text{ bar} \cdot 453,15 \text{ K}}{293,15 \text{ K}}$$

$$p_1 = 1,577 \text{ bar}$$

b)

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1}$$

$p_0 = p_1$ somit gilt:

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_1}{T_1}$$

$$V_1 = \frac{V_0 \cdot T_1}{T_0}$$

$$V_1 = \frac{0,06 \text{ m}^3 \cdot 453,15 \text{ K}}{293,15 \text{ K}}$$

$$V_1 = 0,0927 \text{ m}^3$$

$$V_2 = V_1 - V_0$$

$$V_2 = 0,0927 \text{ m}^3 - 0,06 \text{ m}^3 = 0,0327 \text{ m}^3 = 32,8 \text{ Liter.}$$

Wärmelehre

Aufgabe 18:

		P3	K1	K2	K3
--	--	----	----	----	----

Eine unbekannte Masse Wasser wurde von -10 °C auf 130 °C als überhitzter Wasserdampf erwärmt.

Für diesen Vorgang wurde eine Gesamtenergiemenge von 75.000 kJ eingesetzt.

- Wärmekapazität von Eis: $2,10\text{ kJ/kg}$
- Wärmekapazität von Wasser: $4,18\text{ kJ/kg}$
- Wärmekapazität von Dampf: $2,00\text{ kJ/kg}$
- Schmelzwärme von Eis: 335 kJ/kg
- Verdampfungswärme von Wasser: 2.260 kJ/kg

Berechnen Sie die Masse des eingesetzten Eises.

Die Berechnung erfolgt schrittweise für jede Energiephase:

- Erwärmung des Eises von -10 °C auf 0 °C
- Schmelzen des Eises bei 0 °C
- Erwärmung des Wassers von 0 °C auf 100 °C
- Verdampfen des Wassers bei 100 °C
- Erwärmung des Dampfes von 100 °C auf 130 °C

1. Erwärmung des Eises von -10 °C auf 0 °C :

$$Q_{\text{E } (-10\text{ °C auf } 0\text{ °C})} = m \cdot c_{\text{Eis}} \cdot \Delta\vartheta$$

$$Q_{\text{E } (-10\text{ °C auf } 0\text{ °C})} = m \cdot 2,1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{°C}} \cdot 10\text{ °C}$$

$$Q_{\text{E } (-10\text{ °C auf } 0\text{ °C})} = m \cdot 21 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

2. Schmelzen des Eises bei 0 °C :

$$Q_q = m \cdot q$$

$$Q_q = m \cdot 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

3. Erwärmung des Wassers von 0 °C auf 100 °C:

$$Q_W (0\text{ °C auf }100\text{ °C}) = m \cdot c_W \cdot \Delta\vartheta$$

$$Q_W (0\text{ °C auf }100\text{ °C}) = m \cdot 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{°C}} \cdot 100\text{ °C}$$

$$Q_W (0\text{ °C auf }100\text{ °C}) = m \cdot 418 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

4. Verdampfen des Wassers bei 100°C:

$$Q_r = m \cdot r$$

$$Q_r = m \cdot 2.260 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

5. Erwärmung des Dampfes von 100° C auf 130° C:

$$Q_D (100\text{ °C auf }130\text{ °C}) = m \cdot c_{\text{Dampf}} \cdot \Delta\vartheta$$

$$Q_D (100\text{ °C auf }130\text{ °C}) = m \cdot 2,0 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{°C}} \cdot 30\text{ °C}$$

$$Q_D (100\text{ °C auf }130\text{ °C}) = m \cdot 60 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

6. Berechnung der Masse m:

$$E = Q_E (-10\text{ °C auf }0\text{ °C}) + Q_q + Q_W (0\text{ °C auf }100\text{ °C}) + Q_r + Q_D (100\text{ °C auf }130\text{ °C})$$

$$E = m \cdot 21 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + m \cdot 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + m \cdot 418 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + m \cdot 2.260 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + m \cdot 60 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$75.000\text{ kJ} = m \cdot \left(21 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 418 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 2.260 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 60 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right)$$

$$75.000\text{ kJ} = m \cdot 3.094 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$m = \frac{75.000\text{ kJ}}{3.094 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 24,24\text{ kg}$$

Bewegungslehre

Aufgabe 6:

P1			K1	K2	K3
----	--	--	----	----	----

Ein Fahrzeug beschleunigte gleichmäßig aus dem Stillstand mit einer konstanten Beschleunigung von $6,8 \text{ m/s}^2$ über eine Wegstrecke von 200 Metern.

- Wie lange dauerte die Phase der Beschleunigung?
- Welche Endgeschwindigkeit v_1 erreichte das Fahrzeug nach Zurücklegen dieser Strecke?
- Wie groß ist die Durchschnittsgeschwindigkeit während der Beschleunigung?

a)

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$t^2 = \frac{2s}{a}$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 200 \text{ m}}{6,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$t = \sqrt{58,58 \text{ s}^2} = 7,67 \text{ s}$$

b)

$$v_1 = a \cdot t$$

$$v_1 = 6,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 7,67 \text{ s}$$

$$v_1 = 52,16 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 187,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

c)

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v_1}{2}$$

$$\bar{v} = \frac{0 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 52,16 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2}$$

$$\bar{v} = 26,08 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 93,9 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Bewegungslehre

Aufgabe 13:

P1			K1	K2	K3
----	--	--	----	----	----

Ein Lastenaufzug transportiert Gebinde mit Fertigprodukten vom dritten Stock ins Erdgeschoss über eine Strecke von 22 Metern. Der Aufzug beschleunigt mit $0,6 \text{ m/s}^2$ auf $1,8 \text{ m/s}$, fährt konstant weiter und bremst mit $0,8 \text{ m/s}^2$.

- a) Wie lange dauert die Fahrt?
- b) Erstellen Sie ein Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm.

a)

$$t_{\text{Beschleunigung}} = \frac{v}{a}$$

$$t_{\text{Beschleunigung}} = \frac{1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$t_{\text{Beschleunigung}} = 3 \text{ s}$$

$$v_{\text{Beschleunigung}} = \sqrt{2 \cdot a \cdot s_B}$$

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s_B$$

$$s_{\text{Beschleunigung}} = \frac{v^2}{2 \cdot a}$$

$$s_{\text{Beschleunigung}} = \frac{(1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$s_{\text{Beschleunigung}} = \frac{3,24 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$s_{\text{Beschleunigung}} = 2,7 \text{ m}$$

$$t_{\text{Verzögerung}} = \frac{v}{a}$$

$$t_{\text{Verzögerung}} = \frac{1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$t_{\text{Verzögerung}} = 2,25 \text{ s}$$

$$s_{\text{Verzögerung}} = \frac{(1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$s_{\text{Verzögerung}} = \frac{3,24 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

Bewegungslehre

$$s_{\text{Verzögerung}} = 2,025 \text{ m}$$

$$s_{\text{gesamt}} = s_{\text{Beschleunigung}} + s_{\text{gleichmäßig}} + s_{\text{Verzögerung}}$$

$$s_{\text{gleichmäßig}} = s_{\text{gesamt}} - s_{\text{Beschleunigung}} - s_{\text{Verzögerung}}$$

$$s_{\text{gleichmäßig}} = 22 \text{ m} - 2,7 \text{ m} - 2,025 \text{ m}$$

$$s_{\text{gleichmäßig}} = 17,275 \text{ m}$$

$$s_{\text{gleichmäßig}} = v \cdot t$$

$$t_{\text{gleichmäßig}} = \frac{s_{\text{gleichmäßig}}}{v}$$

$$t_{\text{gleichmäßig}} = \frac{17,275 \text{ m}}{1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

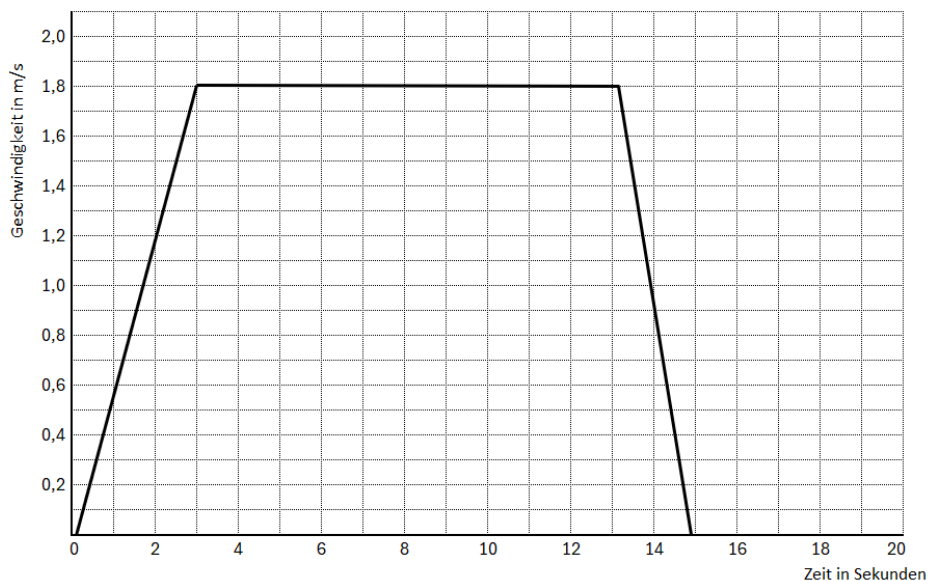
$$t_{\text{gleichmäßig}} = 9,60 \text{ s}$$

$$t_{\text{gesamt}} = t_{\text{Beschleunigung}} + t_{\text{gleichmäßig}} + t_{\text{Verzögerung}}$$

$$t_{\text{gesamt}} = 3 \text{ s} + 9,6 \text{ s} + 2,25 \text{ s} = 14,85 \text{ s}$$

b)

Geschwindigkeit - Zeit - Diagramm



Bewegungslehre

Aufgabe 17:

P1			K1	K2	K3
----	--	--	----	----	----

Die Transportbänder A und B verlaufen parallel zueinander.

Transportband A bewegt Paket A mit einer Geschwindigkeit von $v_A = 4,4 \frac{\text{m}}{\text{min}}$.
Transportband B bewegt Paket B mit einer Geschwindigkeit von $v_B = 5,6 \frac{\text{m}}{\text{min}}$.

Paket B wird zwei Minuten nach Paket A auf das entsprechende Transportband gelegt.

- Bestimmen Sie, wie viel Zeit t ab dem Auflegen von Paket B vergeht, bis beide Pakete den identischen Wegabschnitt zurückgelegt haben.
- Ermitteln Sie die von beiden Paketen bis zu diesem Zeitpunkt zurückgelegte Strecke.

a)

Die Pakete treffen sich dann, wenn der zurückgelegte Weg von Paket A und B gleich ist, daraus folgt:

$$s_A = s_B$$

wobei gilt

$$s_A = s_{A \text{ zwei Minuten}} + v_A \cdot t \text{ und } s_B = v_B \cdot t$$

Der Zeitpunkt der Betrachtung liegt in dem Moment, bei dem das zweite Gepäckstück B auf das Band B gelegt wird.

Das Paketstück A hat beim Auflegen des Pakets B bereits einen Weg in zwei Minuten zurückgelegt hat.

Dieser Weg entspricht:

$$s_{\text{(zwei Minuten)}} = v_A \cdot 2 \text{ min} = 4,4 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot 2 \text{ min} = 8,8 \text{ m}$$

Die Pakete treffen sich dann, wenn der zurückgelegte Weg von Paket A und B gleich ist, daraus folgt:

Bewegungslehre

Das Paketstück B hat zu diesem Zeitpunkt noch keinen Weg zurückgelegt.

$$s_{\text{zwei min}} + v_A \cdot t = v_B \cdot t$$

$$s_{\text{zwei min}} = v_B \cdot t - v_A \cdot t$$

$$s_{\text{zwei min}} = (v_B - v_A) \cdot t$$

$$t = \frac{s_{\text{zwei min}}}{v_B - v_A}$$

$$t = \frac{8,8 \text{ m}}{(5,6 \frac{\text{m}}{\text{min}} - 4,4 \frac{\text{m}}{\text{min}})}$$

$$t = \frac{8,8 \text{ m}}{1,2 \frac{\text{m}}{\text{min}}}$$

$$t = 7,33 \text{ min}$$

Dabei entspricht t der Zeit, welche das Paket B unterwegs ist. Zu diesem Zeitpunkt ist Paket A bereits 9,33 min (2,00 min + 7,33 min) befördert.

b)

Paket A und B haben zum Zeitpunkt des Treffens folgenden Weg zurückgelegt:

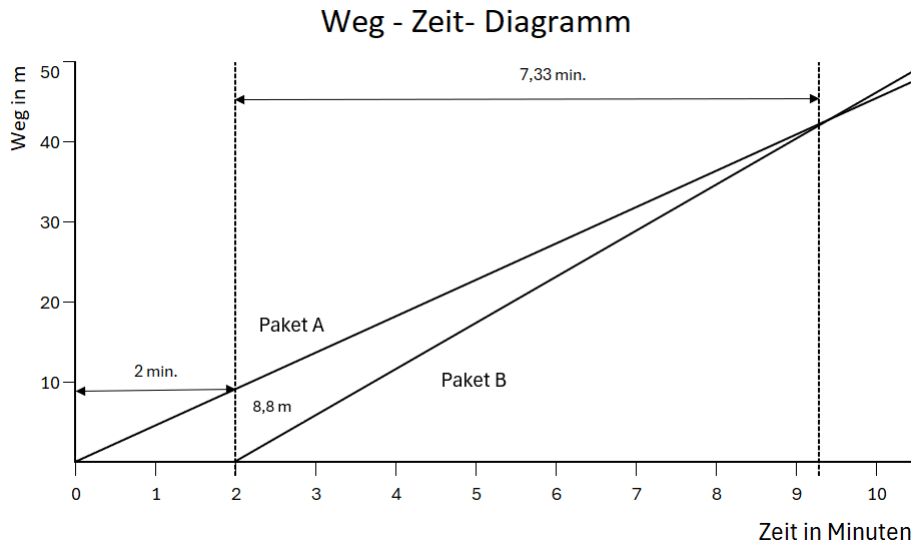
$$s_A = 4,4 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot (2 \text{ min} + 7,33 \text{ min}) = 41,07 \text{ m}$$

$$s_A = 4,4 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot (9,33 \text{ min}) = 41,07 \text{ m}$$

$$s_B = v_B \cdot t = 5,6 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot 7,33 \text{ min} = 41,07 \text{ m}$$

Bewegungslehre

c)



Pneumatik und Hydraulik

Aufgabe 2:

P1			K1	K2	K3	IM	TF
----	--	--	----	----	----	----	----

Durch eine Leitung mit einer Querschnittsfläche $A_1 = 1 \text{ dm}^2$ fließt Wasser mit einer Geschwindigkeit $v_1 = 0,5 \text{ m/s}$.

- Berechnen Sie den Volumenstrom Q_1 in Liter pro Minute.
- Bestimmen Sie die Zeit t in Sekunden, die benötigt wird, um ein Volumen von 100 Liter Wasser durch die Leitung zu fördern.
- Berechnen Sie den erforderlichen Leitungsquerschnitt A_2 , um einen doppelten Volumenstrom Q_2 bei gleicher Geschwindigkeit v zu ermöglichen.
- Zusätzlich wird ein Filter in die Leitung eingebaut. Dadurch sinkt die Strömungsgeschwindigkeit auf $v = 0,3 \text{ m/s}$. Berechnen Sie den neuen Volumenstrom Q_2 .
- Ermitteln Sie den Querschnitt A_2 der erforderlich ist, um den ursprünglichen Volumenstrom Q_1 zu ermöglichen.

a)

$$v_1 = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5 \frac{\text{dm}}{\text{s}}$$

$$Q_1 = A_1 \cdot v_1$$

$$Q_1 = 1 \text{ dm}^2 \cdot 5 \frac{\text{dm}}{\text{s}}$$

$$Q_1 = 5 \frac{\text{dm}^3}{\text{s}}$$

$$Q_1 = 300 \frac{\text{dm}^3}{\text{min}} = 300 \frac{\text{l}}{\text{min}}$$

b)

$$Q_1 = \frac{V}{t}$$

$$t = \frac{V}{Q_1}$$

$$t = \frac{100 \text{ l}}{300 \frac{\text{l}}{\text{min}}} = 0,333 \text{ min} = 20 \text{ s}$$

c)

$$Q_2 = 2 \cdot Q_1$$

$$Q_2 = 2 \cdot 5 \frac{\text{dm}^3}{\text{s}}$$

$$Q_2 = 10 \frac{\text{dm}^3}{\text{s}}$$

$$Q_2 = A_2 \cdot v$$

$$A_2 = \frac{Q_2}{v}$$

$$A_2 = \frac{10 \frac{\text{dm}^3}{\text{s}}}{5 \frac{\text{dm}}{\text{s}}}$$

$$A_2 = 2 \text{ dm}^2$$

d)

$$Q_2 = A_1 \cdot v_2$$

$$Q_2 = 1 \text{ dm}^2 \cdot 3 \frac{\text{dm}}{\text{s}}$$

$$Q_2 = 3 \frac{\text{dm}^3}{\text{s}} = 180 \frac{\text{dm}^3}{\text{min}} = 180 \frac{\text{l}}{\text{min}}$$

e)

$$Q_1 = A_2 \cdot v_2$$

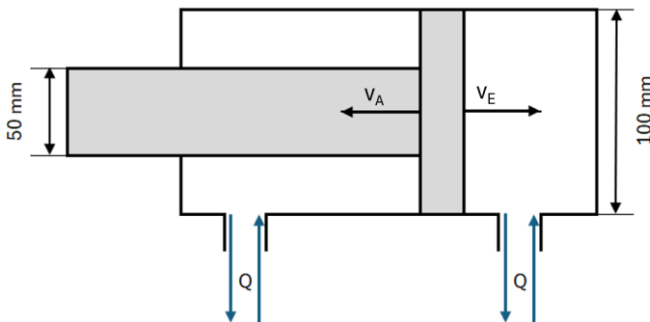
$$A_2 = \frac{Q_1}{v_2}$$

$$A_2 = \frac{5 \frac{\text{dm}^3}{\text{s}}}{3 \frac{\text{dm}}{\text{s}}}$$

$$A_2 = 1,67 \text{ dm}^2$$

Aufgabe 10:

P1			K1	K2	K3	IM	TF
----	--	--	----	----	----	----	----



Es liegt ein doppeltwirkender hydraulischer Zylinder vor, der über einen Kolben mit einseitig wirkender Kolbenstange verfügt. Dieser Kolben wird mithilfe eines Volumenstroms $Q_{zu} = Q_{ab}$ von 30 Litern pro 60 Sekunden ein- und ausgefahren.

- Berechnen Sie die Ausfahrgeschwindigkeit v_A der Kolbenstange in Zentimetern pro Sekunde.
- Berechnen Sie die Einfahrgeschwindigkeit v_E der Kolbenstange in Zentimetern pro Sekunde.
- Bestimmen Sie das Verhältnis der Einfahrgeschwindigkeit v_A zur Ausfahrgeschwindigkeit v_E .

a)

Bestimmung der Ausfahrgeschwindigkeit v_A der Kolbenstange:

$$Q = A_K \cdot v_A$$

$$Q = \frac{30 \text{ l}}{60 \text{ s}} = \frac{30 \text{ dm}^3}{60 \text{ s}} = 0,5 \frac{\text{dm}^3}{\text{s}} = 500 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

$$Q = A_K \cdot v_A$$

Berechnung der Kolbenfläche A_K :

$$d_{\text{Kolben}} = 100 \text{ mm} = 10 \text{ cm}$$

$$A_K = \pi/4 \cdot (d_K)^2$$

$$A_K = \pi/4 \cdot (10 \text{ cm})^2$$

$$A_K = \pi/4 \cdot 100 \text{ cm}^2$$

$A_K = 78,54 \text{ cm}^2$ Ermittlung der Ausfahrgeschwindigkeit:

$$v_A = \frac{v_1}{A_K}$$

$$v_A = \frac{500 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}}{78,54 \text{ cm}^2}$$

$$v_A = 6,37 \text{ cm / s}$$

b)

Berechnung der wirksamen Fläche A_W beim Einfahren der Kolbenstange

$$A_W = A_K - A_{Ks}$$

$$A_{Ks} = \pi/4 \cdot d_{Ks}^2$$

$$A_{Ks} = \pi/4 \cdot (5\text{cm})^2$$

$$A_{Ks} = 19,63 \text{ cm}^2$$

$$A_W = 78,54 \text{ cm}^2 - 19,63 \text{ cm}^2$$

$$A_W = 58,91 \text{ cm}^2$$

$$Q = A_W \cdot v_E$$

$$v_E = \frac{Q}{A_W}$$

$$v_E = \frac{500 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}}{58,91 \text{ cm}^2}$$

$$v_E = 8,49 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

c)

$$\text{Verhältnis } v_A \text{ zu } v_E = \frac{6,37 \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{8,49 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} = 0,75$$

Aufgabe 13:

P1			K1	K2	K3	IM	TF
----	--	--	----	----	----	----	----

Ein Verdichter mit einfachwirkenden Pneumatikzylinder hat folgende Daten:

Betriebsdruck: 7 bar

Pneumatik und Hydraulik

Umgebungsdruck:	1 bar
Maximaler Kolbenhub:	30 cm
Drehzahl:	80 min ⁻¹
Kolbendurchmesser:	4 cm

- Berechnen Sie die Kolbenfläche.
- Berechnen Sie die Luftmenge, des Verdichters in $\frac{l}{min}$.

a)

$$A_K = \pi/4 \cdot d^2$$

$$A_K = \pi/4 \cdot (4 \text{ cm})^2$$

$$A_K = \pi/4 \cdot 16 \text{ cm}^2$$

$$A_K = 12,57 \text{ cm}^2$$

b)

Prüfen und ggf. Umrechnung der Daten in die erforderlichen Dimensionen für das Einsetzen in die Formel:

$$Q = A_K \cdot s \cdot n \cdot \frac{p + p_{amb}}{p_{amb}}$$

$$Q = 12,57 \text{ cm}^2 \cdot 30 \text{ cm} \cdot 80 \text{ min}^{-1} \cdot \frac{7 \text{ bar} + 1 \text{ bar}}{1 \text{ bar}}$$

$$Q = 241.344 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$$

$$Q = 241,34 \frac{\text{dm}^3}{\text{min}}$$

$$Q = 241,34 \frac{l}{\text{min}}$$

Pneumatik und Hydraulik

Aufgabe 15:

	P2		K1	K2	K3	IM	TF
--	----	--	----	----	----	----	----

Der Betriebsdruck eines doppeltwirkenden Pneumatikzylinder beträgt 5 bar. Der Verdichter erzeugt 250 dm³ Luft bei 1 bar Umgebungsdruck.

Berechnen Sie den maximalen Kolbenhub mit den folgenden Angaben:

Kolbendurchmesser des Zylinders: 50 mm

Hubzahl: 80 min⁻¹

Die Reibung des Kolbens und so weiter sind zu vernachlässigen.

$$Q = 2 \cdot A_K \cdot s \cdot n \cdot \frac{p + p_{amb}}{p_{amb}}$$

$$\text{Luftmenge} = 250 \frac{\text{l}}{\text{min}} = 250.000 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$$

$$\text{Kolbendurchmesser} = 50 \text{ mm} = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Drehzahl} = 80 \text{ min}^{-1}$$

$$p = 5 \text{ bar}$$

$$p_{amb} = 1 \text{ bar}$$

Berechnung der Kreisfläche A des Kolbens:

$$A_K = \pi/4 \cdot d^2$$

$$A_K = \pi/4 \cdot (5 \text{ cm})^2$$

$$A_K = \pi/4 \cdot 25 \text{ cm}^2$$

$$A_K = 19,63 \text{ cm}^2$$

Formel umstellen und berechnen des maximalen Kolbenhubs:

$$Q = 2 \cdot A_K \cdot s \cdot n \cdot \frac{p + p_{amb}}{p_{amb}}$$

$$s = \frac{Q}{2 \cdot A_K \cdot n \cdot \frac{p + p_{amb}}{p_{amb}}}$$

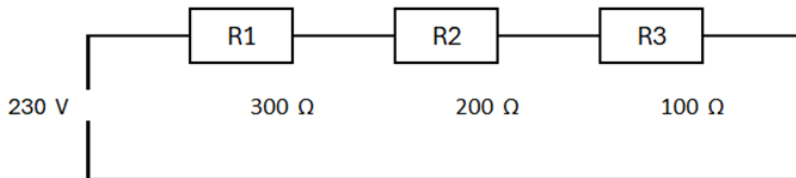
$$s = \frac{250.000 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}}{2 \cdot 19,63 \text{ cm}^2 \cdot 80 \text{ min}^{-1} \cdot \frac{5 \text{ bar} + 1 \text{ bar}}{1 \text{ bar}}}$$

$$s = 13,27 \text{ cm}$$

Aufgabe 4:

P1			K1	K2	K3
----	--	--	----	----	----

Gegeben ist folgende elektrische Schaltung.



- Berechnen Sie den Gesamtwiderstand R_{ges}
- Berechnen Sie die Stromstärke I
- Berechnen Sie Gesamtleistung P_{ges}
- Ermitteln Sie für jeden Widerstand die jeweilige Stromstärke I , den Spannungsabfall U sowie die Leistung P .

Reihenschaltung, daher gilt: $I = I_1 = I_2 = I_3$ und $U_{\text{ges.}} = U_1 + U_2 + U_3$

a)

$$R_{\text{ges.}} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_{\text{ges.}} = 300 \, \Omega + 200 \, \Omega + 100 \, \Omega$$

$$R_{\text{ges.}} = 600 \, \Omega$$

b)

$$U_{\text{ges.}} = R_{\text{ges.}} \cdot I$$

$$I = \frac{U_{\text{ges.}}}{R_{\text{ges.}}}$$

$$I = \frac{230 \, \text{V}}{600 \, \Omega} = 0,3833 \, \text{A}$$

c)

$$P_{\text{ges}} = U_{\text{ges.}} \cdot I$$

$$P_{\text{ges}} = 230 \, \text{V} \cdot 0,3833 \, \text{A}$$

$$P_{\text{ges}} = 88,17 \, \text{W}$$

d)

Reihenschaltung daher gilt: $I = I_1 = I_2 = I_3 = 0,383 \text{ A}$

Widerstand 1:

$$U_1 = R_1 \cdot I$$

$$U_1 = 300 \, \Omega \cdot 0,3833 \text{ A}$$

$$U_1 = 115 \text{ V}$$

$$P_1 = U_1 \cdot I$$

$$P_1 = 115 \text{ V} \cdot 0,3833 \text{ A} = 44,08 \text{ W}$$

Widerstand 2:

$$U_2 = R_2 \cdot I$$

$$U_2 = 200 \, \Omega \cdot 0,383 \text{ A}$$

$$U_2 = 76,67 \text{ V}$$

$$P_2 = U_2 \cdot I$$

$$P_2 = 76,67 \text{ V} \cdot 0,383 \text{ A} = 29,39 \text{ W}$$

Widerstand 3:

$$U_3 = R_3 \cdot I$$

$$U_3 = 100 \, \Omega \cdot 0,3833 \text{ A}$$

$$U_3 = 38,33 \text{ V}$$

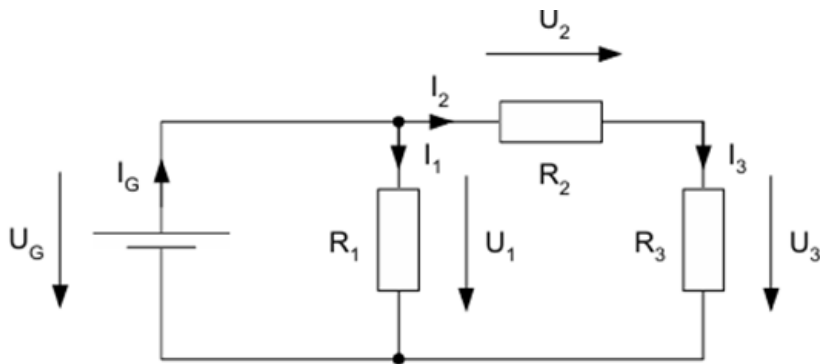
$$P_3 = U_3 \cdot I$$

$$P_3 = 38,33 \text{ V} \cdot 0,383 \text{ A} = 14,69 \text{ W}$$

Aufgabe 10:

P1			K1	K2	K3
----	--	--	----	----	----

Folgende elektrische Schaltung ist gegeben.



$$U_{\text{ges}} = 100 \text{ V}$$

$$R_1 = 33 \, \Omega$$

$$R_2 = 22 \, \Omega$$

$$R_3 = 47 \, \Omega$$

Berechnen Sie

- Gesamtwiderstand
- Ströme I_1 , I_2 und I_3
- Spannung U_1 , U_2 und U_3

a)

Es handelt sich um eine Mischschaltung bei der die in Reihe geschalteten Widerstände U_2 und U_3 parallel zum Widerstand R_1 geschaltet sind.

$$R_{\text{ges.}} = \frac{R_1 \cdot R_{23}}{R_1 + R_{23}}$$

$$R_{23} = R_2 + R_3$$

$$R_{23} = 22 \, \Omega + 47 \, \Omega$$

$$R_{23} = 69 \, \Omega$$

$$R_{\text{ges.}} = \frac{33 \, \Omega \cdot 69 \, \Omega}{33 \, \Omega + 69 \, \Omega}$$

$$R_{\text{ges.}} = \frac{2.277 \, \Omega^2}{102 \, \Omega} = 22,32 \, \Omega$$

b)

Da Parallelschaltung der Widerstände R_1 und R_{23} gilt:

$$I = I_1 + I_{23}$$

$$I_1 = \frac{U_{\text{ges.}}}{R_1}$$

$$I_1 = \frac{100 \, \text{V}}{33 \, \Omega}$$

$$I_1 = 3,030 \, \text{A}$$

$$I_{23} = \frac{U_{\text{ges.}}}{R_{23}}$$

$$I_{23} = 100 \, \text{V} / 69 \, \Omega$$

$$I_{23} = 1,449 \, \text{A}$$

$$I = I_1 + I_{23}$$

$$I = 3,03 \, \text{A} + 1,449 \, \text{A}$$

$$I = 4,479 \, \text{A}$$

Kontrolle:

$$I = \frac{U_{\text{ges.}}}{R_{\text{ges.}}}$$

$$I = 100 \, \text{V} / 22,32 \, \Omega$$

$$I = 4,480 \, \text{A}$$

c)

Da Parallelschaltung der Widerstände R_1 und R_{23} gilt:

$$U = U_1 + U_{23}$$

$$U_1 = R_1 \cdot I_1$$

$$U_1 = 33 \, \Omega \cdot 3,03 \, \text{A}$$

$$U_1 = 100 \, \text{V}$$

$$U_{23} = R_{23} \cdot I_{23}$$

$$U_{23} = 69 \, \Omega \cdot 1,449 \, \text{A}$$

$$U_{23} = 100 \, \text{V}$$

$$U_2 = R_2 \cdot I_{23}$$

$$U_2 = 22 \, \Omega \cdot 1,449 \, \text{A}$$

$$U_2 = 31,88 \, \text{V}$$

$$U_3 = R_3 \cdot I_{23}$$

$$U_3 = 47 \, \Omega \cdot 1,449 \, \text{A}$$

$$U_3 = 68,10 \, \text{V}$$

Kontrolle:

$$U_{23} = U_2 + U_3$$

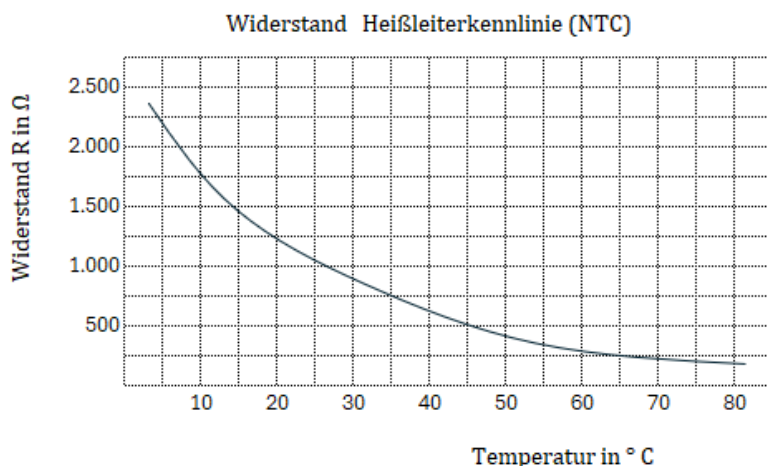
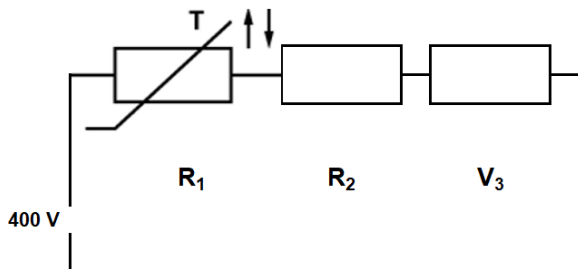
$$U_{23} = 31,88 \, \text{V} + 68,10 \, \text{V}$$

$$U_{23} = 100 \, \text{V}$$

Aufgabe 16:

	P2		K1	K2	K3
--	----	--	----	----	----

Gegeben ist folgender Schaltplan:



Der Widerstand R_2 beträgt $800\ \Omega$. Die Kennlinie des Widerstands R_1 ist oben dargestellt. Aufgrund der Umgebungstemperatur am Widerstand R_1 wird an der Spule beziehungsweise dem Verbraucher V_3 eine Leistung von $P_3 = 1\ \text{W}$ bei einem Spannungsabfall von $4\ \text{V}$ abgegeben.

Berechnen Sie

- Gesamtstrom I_{ges}
- Spannungsabfall an den Widerständen U_1 und U_2
- Widerstand R_1
- Umgebungstemperatur am Widerstand R_1

a)

Reihenschaltung, daher gilt: $I_{\text{ges.}} = I_1 = I_2 = I_3$ und $U_{\text{ges.}} = U_1 + U_2 + U_3$

$$P_3 = U_3 \cdot I_{\text{ges.}}$$

$$I_{\text{ges.}} = \frac{P_3}{U_3}$$

$$I_{\text{ges.}} = \frac{1 \text{ W}}{4 \text{ V}}$$

$$I_{\text{ges.}} = 0,25 \text{ A}$$

b)

$$U_2 = R_2 \cdot I_{\text{ges.}}$$

$$U_2 = 800 \, \Omega \cdot 0,25 \text{ A}$$

$$U_2 = 200 \text{ V}$$

$$U_1 = U_{\text{ges.}} - U_2 - U_3$$

$$U_1 = 400 \text{ V} - 200 \text{ V} - 4 \text{ V}$$

$$U_1 = 196 \text{ V}$$

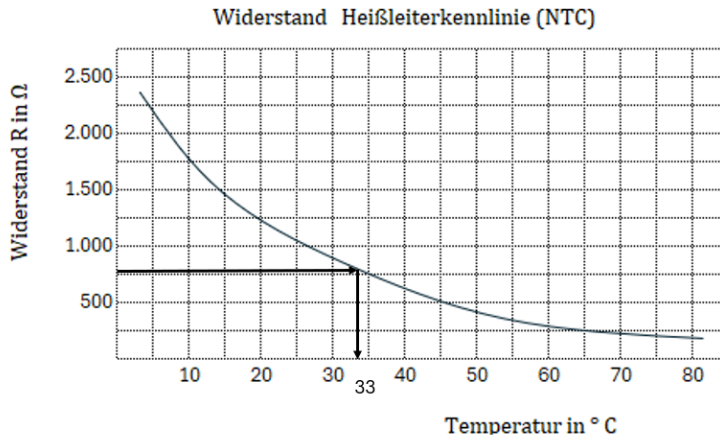
c)

$$R_1 = \frac{U_1}{I_{\text{ges.}}}$$

$$R_1 = \frac{196 \text{ V}}{0,25 \text{ A}}$$

$$R_1 = 784 \, \Omega$$

d)



Die Temperatur beträgt circa 33°C .

Kontrolle:

$$U_{\text{ges}} = U_1 + U_2 + U_3$$

$$U_{\text{ges}} = 196 \text{ V} + 200 \text{ V} + 4 \text{ V}$$

$$U_{\text{ges}} = 400 \text{ V}$$

$$R_3 = \frac{U_3}{I_{\text{ges.}}}$$

$$R_3 = \frac{4 \text{ V}}{0,25 \text{ A}}$$

$$R_3 = 16 \Omega$$

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_{\text{ges}} = 784 \Omega + 800 \Omega + 16 \Omega$$

$$R_{\text{ges}} = 1.600 \Omega$$

$$U_{\text{ges}} = R_{\text{ges}} \cdot I_{\text{ges}}$$

$$U_{\text{ges}} = 1.600 \Omega \cdot 0,25 \text{ A}$$

$$U_{\text{ges}} = 400 \text{ V}$$

Energietechnik, regenerative Energieformen

Die verschiedenen Energieform

- Mechanische Energie
- Wärmeenergie
- Bewegungsenergie
- Federenergie
- Elektrische Energie
- Hydraulische und pneumatische Energie

Energieumwandlungen in Kraftmaschinen und Arbeitsmaschinen

- Energiewandler
- Energieerhaltungssatz
- Wirkungsgrad
- Energieverbrauch
- Einsparmöglichkeiten

Alternative Möglichkeiten zur Energieerzeugung

- Windkraftenergie,
- Solarenergie,
- Brennstoffzelle,

Nachhaltigkeit der Ressourcen

Primär- und Nutzenergie

Einsatz von Energiewandlern, Kraft- und Arbeitsmaschinen unter Berücksichtigung der Begriffe Leistung, Arbeit und Wirkungsgrad

Aufgabe 12:

	P2		K1	K2	K3	IM	TF
P1			K1	K2	K3	LogM	

Was versteht man unter Primärenergie?

Primärenergie bezeichnet die ursprünglich in der Natur vorhandene Energie, die noch nicht technisch umgewandelt wurde. Sie ist die Ausgangsform aller Energie, die wir nutzen – direkt aus natürlichen Quellen entnommen.

Beispiele für Primärenergiequellen:

- Fossile Energieträger:
 - Kohle,
 - Erdöl,
 - Erdgas

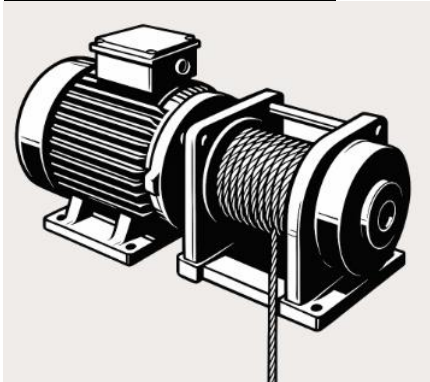
→ enthalten chemische Energie aus Jahrmillionen alten organischen Stoffen.
- Erneuerbare Quellen:
 - Sonnenstrahlung → Strahlungsenergie
 - Wind → Bewegungsenergie der Luft
 - Wasser (z. B. Flüsse, Stauseen) → kinetische oder potenzielle Energie
 - Biomasse → chemische Energie aus Pflanzen und organischen Abfällen
- Kernenergie:
 - Uran, Plutonium

→ enthalten Energie in Form von Bindungsenergie in Atomkernen

Leistung, Arbeit und Wirkungsgrad

Aufgabe 1:

P1			K1	K2	K3
----	--	--	----	----	----



Ein Elektromotor mit einem Wirkungsgrad von 75 % nimmt eine Leistung von $P_{zu} = 600$ W auf. Eine Seilwinde ist an die Abtriebswelle des Motors montiert.

Diese gibt während des Betriebs 80 W als Wärme an die Umgebung ab, was auf Reibungsverluste der Lager und des Seils zurückzuführen ist.

Berechnen Sie:

- Die an der Welle abgegebene Motorleistung $P_{ab,M}$.
- Die Verlustleistung des Elektromotors $P_{V,M}$.
- Die Leistung $P_{ab,S}$ zum Heben von Lasten, welche an der Seilwinde zur Verfügung steht.
- Den Wirkungsgrad $\eta_{(Seilwinde)}$ der Seilwinde in Prozent.
- Den Gesamtwirkungsgrad $\eta_{(gesamt)}$ des Systems in Prozent.

a)

$$P_{ab,M} = P_{zu} \cdot \eta$$

$$P_{ab,M} = 600 \text{ W} \cdot 0,75$$

$$P_{ab,M} = 450 \text{ W}$$

b)

$$P_{V,M} = P_{zu} - P_{ab}$$

$$P_{V,M} = 600 \text{ W} - 450 \text{ W} = 150 \text{ W}$$

c)

$$P_{ab,S} = P_{ab,M} - P_{S,V}$$

$$P_{ab,S} = 450 \text{ W} - 80 \text{ W} = 370 \text{ W}$$

d)

$$\eta_{\text{(Seilwinde)}} = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

$$\eta_{\text{(Seilwinde)}} = \frac{370 \text{ W}}{450 \text{ W}}$$

$$\eta_{\text{(Seilwinde)}} = 0,822 = 82,2 \%$$

e)

$$\eta_{\text{(gesamt)}} = \frac{P_{ab \text{ Seilwinde}}}{P_{zu \text{ Motor}}}$$

$$\eta_{\text{(gesamt)}} = \frac{370 \text{ W}}{600 \text{ W}}$$

$$\eta_{\text{(gesamt)}} = 0,617 = 61,7 \%$$

oder

$$\eta_{\text{(gesamt)}} = \eta_{\text{(Motor)}} \cdot \eta_{\text{(Seilwinde)}}$$

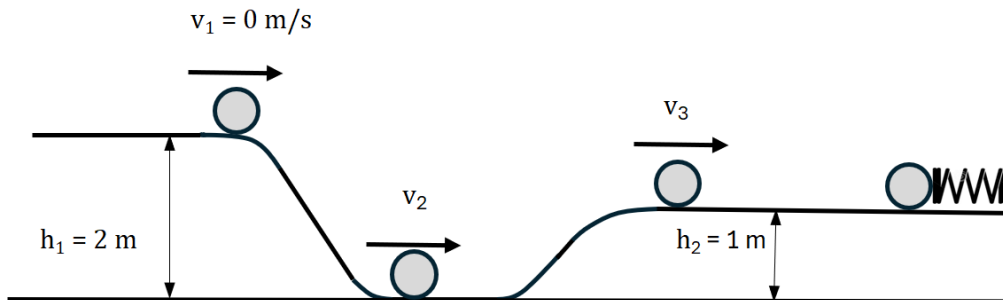
$$\eta_{\text{(gesamt)}} = 75 \% \cdot 82,2 \%$$

$$\eta_{\text{(gesamt)}} = 61,7 \%$$

Leistung, Arbeit und Wirkungsgrad

Aufgabe 14:

		P3	K1	K2	K3
--	--	----	----	----	----



Eine Kugel startet mit einer Masse von 1,5 kg und einer Anfangsgeschwindigkeit von $v_1 = 0 \text{ m/s}$. Sie rollt zunächst einen Hang von 2 m Höhe hinab und erreicht dabei die Geschwindigkeit v_2 .

Anschließend rollt sie eine Anhöhe mit einer Höhe von 1 m hinauf und gelangt zu einer neuen Geschwindigkeit v_3 .

Schließlich trifft die Kugel auf eine Feder mit einer Federrate von 50 N/cm.

Reibungseinflüsse und das Trägheitsmoment der Kugel werden in dieser Berechnung vernachlässigt.

Ermitteln Sie rechnerisch:

- Die Geschwindigkeit v_2
- Die Geschwindigkeit v_3
- Die Länge der Feder l_2 , nachdem sie die gesamte kinetische Energie aufgenommen hat. Die ungespannte Feder ist $l_1 = 14 \text{ cm}$ lang.

a)

Potenzielle Energie in kinetische Energie umgewandelt:

$$E_{\text{pot.}} = E_{\text{kin.}}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2$$

$$g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot v_2^2$$

$$v_2^2 = 2 \cdot g \cdot h$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Leistung, Arbeit und Wirkungsgrad

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 2 m}$$

$$v_2 = \sqrt{39,24 \frac{m^2}{s^2}} = 6,26 \text{ m/s}$$

b)

Potenzielle Energie wird in kinetische Energie umgewandelt.

$$E_{\text{pot.}} = E_{\text{kin.}}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v_3^2$$

$$g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot v_3^2$$

$$v_3^2 = 2 \cdot g \cdot h$$

$$v_3 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$v_3 = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 1 m}$$

$$v_3 = \sqrt{19,62 \frac{m^2}{s^2}} = 4,43 \text{ m/s}$$

c)

Kinetische Energie in Federenergie umgewandelt.

$$E_{\text{kin}} = E_F$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_3)^2 = \frac{1}{2} \cdot R \cdot s^2$$

$$m \cdot (v_3)^2 = R \cdot s^2$$

$$s^2 = \frac{m \cdot v_3^2}{R}$$

$$s = \sqrt{\frac{m \cdot v_3^2}{R}}$$

$$R = 50 \frac{N}{cm} = 5.000 \frac{N}{m}$$

Leistung, Arbeit und Wirkungsgrad

$$s = \sqrt{\frac{1,5 \text{ kg} \cdot (4,43 \text{ m})^2}{5.000 \frac{\text{N}}{\text{m}}}}$$

$$s = \sqrt{0,005887 \text{ m}^2}$$

$$s = 0,0767 \text{ m} = 7,67 \text{ cm}$$

$$l_2 = l_1 - s$$

$$l_2 = 14 \text{ cm} - 7,67 \text{ cm}$$

$$l_2 = 6,33 \text{ cm}$$

Alternativer Rechenweg:

Bestimmung der kinetischen Energie:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_3^2$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \text{ kg} \cdot \left(4,43 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$$

$$E_{\text{kin}} = 14,72 \text{ J}$$

Diese Energie wird zu 100 % in Federenergie umgewandelt.

$$E_F = \frac{1}{2} \cdot R \cdot s^2$$

$$2 \cdot E_F = R \cdot s^2$$

$$s^2 = \frac{2 \cdot E_F}{R}$$

$$s = \sqrt{\frac{2 \cdot E_F}{R}}$$

$$s = \sqrt{\frac{2 \cdot 14,72 \text{ Nm}}{5.000 \frac{\text{N}}{\text{m}}}}$$

$$s = \sqrt{0,00588 \text{ m}^2}$$

$$s = 0,07668 \text{ m} = 7,67 \text{ cm}$$

$$l_2 = 14 \text{ cm} - 7,67 \text{ cm} = 6,33 \text{ cm}$$

Leistung, Arbeit und Wirkungsgrad

Aufgabe 25:

	P2		K1	K2	K3
--	----	--	----	----	----

Eine Flächenbearbeitungsmaschine zur Bearbeitung von betonierten Hallenböden wird von einem Benzinmotor angetrieben.

Der Antriebsmotor versorgt sowohl die Schleiftrommel zur Bodenbearbeitung als auch die Hydraulikpumpe.

Bei einer Motordrehzahl von $n = 1.200 \text{ min}^{-1}$ beträgt der Kraftstoffverbrauch des Dieselmotors $7 \frac{\text{l}}{\text{h}}$.

Der Antrieb erfolgt mittels eines Riemenantriebs mit einem Übersetzungsverhältnis $i = 10$.

Die Schleiftrommel benötigt bei einem Durchmesser $d_s = 1,6 \text{ m}$ eine effektive Kraft $F_s = 2.000 \text{ N}$.

Die Hydraulikpumpe liefert 50 l/min bei einem Systemdruck von 60 bar .

- Berechnen Sie die vom Dieselmotor pro Stunde zugeführte Arbeit W_{xu} .
- Bestimmen Sie die zugeführte Arbeit W_{zu} des Riemenantriebs pro Stunde unter Berücksichtigung eines Wirkungsgrades $\eta_{\text{Riemenantrieb}} = 90 \%$.
- Ermitteln Sie die zugeführte Arbeit W_{xu} der Hydraulikpumpe pro Stunde bei einem Wirkungsgrad $\eta_{\text{Hydraulikantrieb}} = 85 \%$.
- Berechnen Sie den Wirkungsgrad des Benzinmotors in Prozent.

Leistung, Arbeit und Wirkungsgrad

a)

Ermittlung W_{zu} des Dieselmotors:

$$W_{zu} = m \cdot H_i$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$m = \rho \cdot V$$

$$7 \text{ l} = 7 \text{ dm}^3$$

$$m = 0,83 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 7 \text{ dm}^3$$

$$m = 5,81 \text{ kg}$$

$$W_{zu} = 5,81 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \cdot 42.000 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$W_{zu} = 244.020 \frac{\text{kJ}}{\text{h}}$$

b)

Berechnung W_{zu} der Schleiftrommel in einer Stunde:

$$P_{ab, s} = M \cdot \omega$$

$$M = F \cdot r$$

$$M = 2.000 \text{ N} \cdot 0,8 \text{ m}$$

$$M = 1.600 \text{ Nm}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$i = \frac{n_{Motor}}{n_{Schleiftrommel}}$$

$$n_{Schleiftrommel} = \frac{n_{Motor}}{i}$$

$$n_{Motor} = 1.200 \text{ min}^{-1} = 20 \text{ s}^{-1}$$

$$n_{Schleiftrommel} = \frac{20 \text{ s}^{-1}}{10}$$

$$n_{Schleiftrommel} = 2 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 2 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega = 12,56 \text{ s}^{-1}$$

Leistung, Arbeit und Wirkungsgrad

$$P_{ab, s} = 1.600 \text{ Nm} \cdot 12,56 \text{ s}^{-1}$$

$$P_{ab, s} = 20.096 \text{ W}$$

$$P_{ab, s} = \frac{W_{ab, \text{Schleiftrommel}}}{t}$$

$$W_{ab, s} = P_{ab} \cdot t$$

$$W_{ab, s} = 20.096 \text{ W} \cdot 3.600 \text{ s}$$

$$W_{ab, s} = 72.345.600 \frac{\text{J}}{\text{h}} = 72.345,6 \frac{\text{kJ}}{\text{h}}$$

$$\eta_R = \frac{W_{ab, \text{Schleiftrommel}}}{W_{zu, \text{Riemenantrieb}}}$$

$$W_{zu, \text{Riemenantrieb}} = \frac{W_{ab}}{\eta_{\text{Riemenantrieb}}}$$

$$W_{zu, \text{Riemenantrieb}} = \frac{72.345,6 \frac{\text{kJ}}{\text{h}}}{0,9}$$

$$W_{zu, \text{Riemenantrieb}} = 80.384 \frac{\text{kJ}}{\text{h}}$$

c)

Berechnung W_{zu} der Hydraulikpumpe pro Stunde:

$$P_{ab, \text{Hydraulikpumpe}} = Q \cdot p$$

$$Q = 50 \frac{\text{l}}{\text{min}} = 0,833 \frac{\text{l}}{\text{s}} = 0,833 \frac{\text{dm}^3}{\text{s}} = 0,000833 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$60 \text{ bar} = \frac{100.000 \text{ Pa}}{\text{bar}} \cdot 60 \text{ bar} = 6.000.000 \text{ Pa} = 6.000.000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$P_{ab, \text{Hydraulikpumpe}} = 0,000833 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 6.000.000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$P_{ab, H} = 4.998 \text{ W}$$

$$P_{ab, \text{Hydraulikpumpe}} = \frac{W_{ab, \text{Hydraulikpumpe}}}{t}$$

$$W_{ab, \text{Hydraulikpumpe}} = P \cdot t$$

$$W_{ab, \text{Hydraulikpumpe}} = 4.998 \text{ W} \cdot 3.600 \text{ s}$$

$$W_{ab, \text{Hydraulikpumpe}} = 17.992.800 \frac{\text{J}}{\text{h}} = 17.993 \frac{\text{kJ}}{\text{h}}$$

$$\eta_{\text{Hydraulikantrieb}} = \frac{W_{ab, \text{Hydraulikpumpe}}}{W_{zu, \text{Hydraulikpumpe}}}$$

$$W_{zu, \text{Hydraulikpumpe}} = \frac{W_{ab, \text{Hydraulikpumpe}}}{\eta_{\text{Hydraulikpumpe}}}$$

Leistung, Arbeit und Wirkungsgrad

$$W_{\text{zu, Hydraulikpumpe}} = \frac{17.993 \frac{\text{kJ}}{\text{h}}}{0,85}$$

$$W_{\text{zu, Hydraulikpumpe}} = 21.168 \frac{\text{kJ}}{\text{h}}$$

d)

$$W_{\text{ab, Dieselmotor}} = W_{\text{zu, R}} + W_{\text{zu, H}}$$

$$W_{\text{ab, Dieselmotor}} = 80.384 \frac{\text{kJ}}{\text{h}} + 21.168 \frac{\text{kJ}}{\text{h}}$$

$$W_{\text{ab, Dieselmotor}} = 101.552 \frac{\text{kJ}}{\text{h}}$$

e)

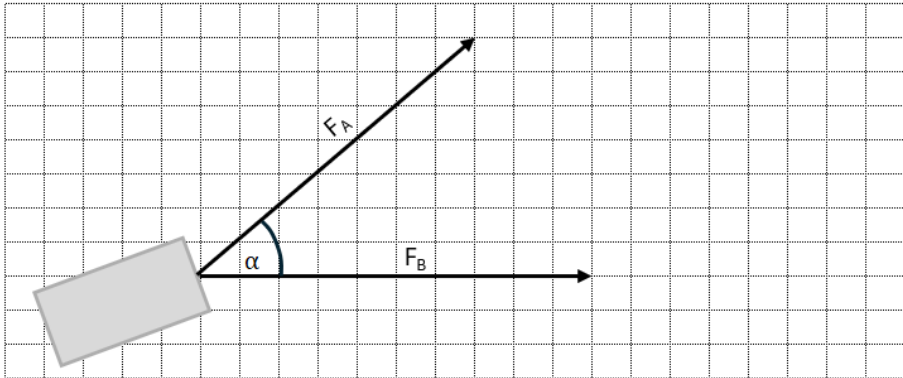
$$\eta_{\text{Hydraulikantrieb}} = \frac{101.552 \frac{\text{kJ}}{\text{h}}}{244.020 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} \cdot 100 \%$$

$$\eta_{\text{Hydraulikantrieb}} = 41,6 \%$$

Kräfte, schiefe Ebene und Drehmomente

Aufgabe 3:

P1			K1	K2	K3
----	--	--	----	----	----



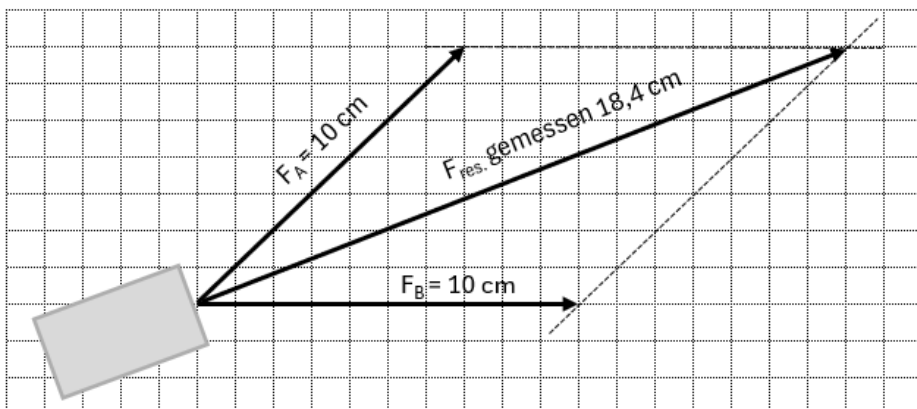
Auf die Kiste wirken zwei Kräfte F_A und F_B mit je 10 N ein. Der Winkel zwischen den Kräften beträgt 45° .

Berechnen Sie die resultierende Kraft

- a) Zeichnerisch mit Hilfe des Kräfteparallelogramms
- b) Rechnerisch

a)

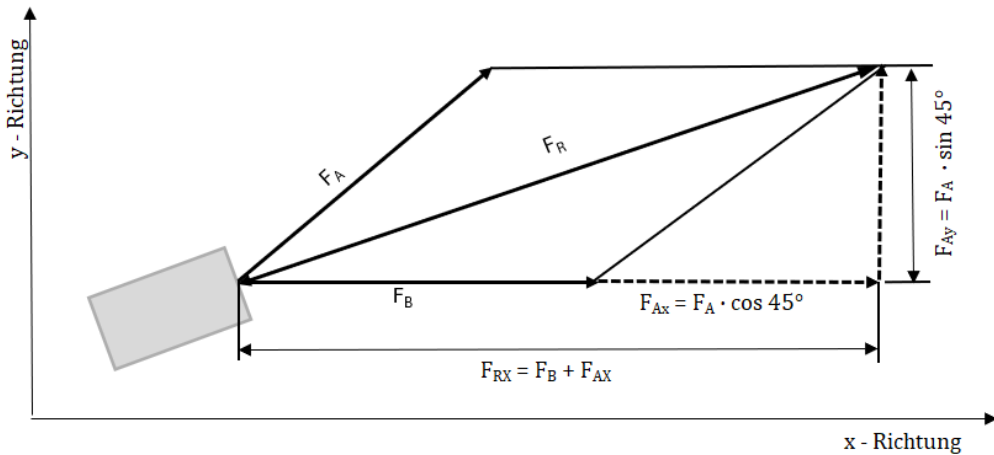
In der Darstellung entspricht 1 N einem cm bzw. einem Kästchen.



Messung ergibt ungefähr einen Wert von 18,4 cm entspricht somit 18,4 N.

Kräfte, schiefe Ebene und Drehmomente

b)



Anteil der Kraft F_{Rx} der Kraft F_R welcher in x – Richtung wirkt:

$$F_{Rx} = F_{Ax} + F_{Bx}$$

$$F_{Bx} = 10 \text{ N}$$

$$F_{ax} = F_A \cdot \cos \alpha$$

$$F_{ax} = F_A \cdot \cos 45^\circ$$

$$F_{ax} = 10 \text{ N} \cdot 0,707$$

$$F_{ax} = 7,07 \text{ N}$$

$$F_{Rx} = 10 \text{ N} + 7,071 \text{ N}$$

$$F_{Rx} = 17,071 \text{ N}$$

Anteil der Kraft F_{Ry} der Kraft F_R welcher in y – Richtung wirkt:

$$F_{Ry} = 10 \text{ N} \cdot \sin \alpha$$

$$F_{Ry} = 10 \text{ N} \cdot \sin 45^\circ$$

$$F_{Ry} = 10 \text{ N} \cdot 0,7071$$

$$F_{Ry} = 7,071 \text{ N}$$

$$F_{By} = 0 \text{ N} \quad (\text{da } F_B \text{ nur in x – Richtung wirkt})$$

$$F_{Ry} = 7,071 \text{ N} + 0 \text{ N}$$

$$F_{Ry} = 7,071 \text{ N}$$

Kräfte, schiefe Ebene und Drehmomente

Berechnung F_R mit Hilfe dem Satz von Pythagoras:

$$F_R = \sqrt{F_{RX}^2 + F_{RY}^2}$$

$$F_R = \sqrt{(17,071 \text{ N})^2 + (7,071 \text{ N})^2}$$

$$F_R = \sqrt{291,39 \text{ N}^2 + 50 \text{ N}^2}$$

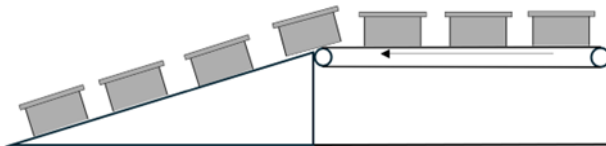
$$F_R = \sqrt{341,39 \text{ N}^2}$$

$$F_R = 18,48 \text{ N}$$

Aufgabe 18:

		P3	K1	K2	K3
--	--	----	----	----	----

Bereitstellungskisten sollen über eine geneigte Ebene den Mitarbeitern automatisch zugeführt werden.



Zu diesem Zweck leitet ein Förderband die Kisten auf eine geneigte Ebene, auf der sie ohne weitere Einflüsse mit derselben Geschwindigkeit wie auf dem Förderband die geneigte Ebene hinunterrutschen sollen. Der Reibungskoeffizient zwischen den Kisten und der Rampe beträgt $\mu = 0,4$.

Wie groß muss die Steigung x in Prozent zwischen der Rampe und der horizontalen Ebene mindestens sein, damit das System ordnungsgemäß funktioniert?

Damit die Kisten mit einer gleichmäßigen Geschwindigkeit hinabrutschen muss die Hangabtriebskraft F_H genauso groß sein wie die Reibungskraft F_R

$$F_R = F_N \cdot \mu$$

$$F_N = F_G \cdot \cos \alpha$$

$$F_R = F_G \cdot \cos \alpha \cdot \mu$$

$$F_H = F_G \cdot \sin \alpha$$

Kräfte, schiefe Ebene und Drehmomente

$$F_H = F_R$$

$$F_G \cdot \cos \alpha \cdot \mu = F_G \cdot \sin \alpha$$

$$\cos \alpha \cdot \mu = \sin \alpha$$

$$\mu = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\mu = \tan \alpha$$

$$\alpha = \arctan \mu$$

$$\alpha = \arctan 0,4$$

$$\alpha = 21,8^\circ$$

$$x = \tan \alpha \cdot 100 \%$$

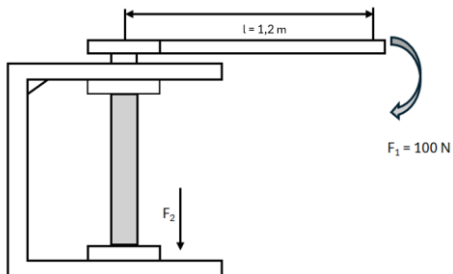
$$x = \tan 21,8^\circ \cdot 100 \%$$

$$x = 0,4 \cdot 100 \%$$

$$x = 40 \%$$

Aufgabe 5:

	P2		K1	K2	K3
--	----	--	----	----	----



- Bestimmen Sie den Weg, den der Eingriffspunkt der Kraft F_1 bei einer Umdrehung zurücklegt.
- Berechnen Sie F_2 , wenn die Steigung der Schraube $0,6 \frac{\text{mm}}{\text{Umdrehung}}$ beträgt und die Kraft F_1 immer im rechten Winkel auf den Hebelarm einwirkt.
- Berechnen Sie die Kraft F_3 wenn die Schraube einen Wirkungsgrad $\eta = 60$ Prozent hat.

a)

$$s = 2 \cdot \pi \cdot l$$

$$s = 2 \cdot \pi \cdot 1,2 \text{ m}$$

$$s = 7,54 \text{ m}$$

$$s = 7.540 \text{ mm}$$

(Anmerkung: der Weg ist der Kreisumfang)

b)

$$F_1 \cdot s = F_2 \cdot p$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot s}{p}$$

$$F_2 = \frac{100 \text{ N} \cdot 7.540 \text{ mm}}{0,6 \text{ mm}}$$

$$F_2 = 1.256.666 \text{ N}$$

c)

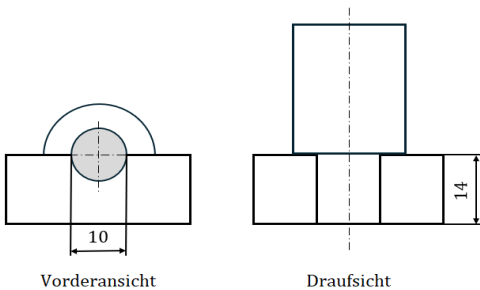
$$F_3 = 1.256.666 \text{ N} \cdot \eta$$

$$F_3 = 1.256.666 \text{ N} \cdot 0,6$$

$$F_3 = 754.000 \text{ N}$$

Aufgabe 4:

P1			K1	K2	K3	IM	TF
----	--	--	----	----	----	----	----



Ein Wellenzapfen mit der Länge $l = 14 \text{ mm}$ und dem Durchmesser $d = 10 \text{ mm}$ ist wie in der Skizze gelagert und mit einer Kraft von 10 kN belastet.

Berechnen Sie:

- Die projizierte Fläche $A_{\text{projiziert}}$.
- Die Flächenpressung p .
- Den Mindestdurchmesser $d_{\min}$ des Zapfens für eine zulässige Druckbelastung von $160 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$.

a)

$$A_{\text{projiziert}} = d \cdot l$$

$$A_{\text{projiziert}} = 10 \text{ mm} \cdot 14 \text{ mm} = 140 \text{ mm}^2$$

b)

$$p = \frac{F}{A_{\text{projiziert}}} = \frac{10.000 \text{ N}}{140 \text{ mm}^2} = 71,43 \text{ N/mm}^2$$

c)

$$p_{\text{zul}} = \frac{F}{A_{\text{projiziert}}}$$

$$A_{\text{projiziert}} = \frac{F}{p_{\text{zul}}}$$

$$A_{\text{projiziert}} = \frac{10.000 \text{ N}}{160 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

$$A_{\text{projiziert}} = 62,50 \text{ mm}^2$$

$$A_{\text{projiziert}} = d_{\min} \cdot l$$

$$d_{\min} = \frac{A_{\text{projiziert}}}{l}$$

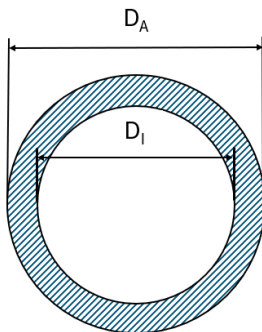
$$d_{\min} = \frac{62,50 \text{ mm}^2}{14 \text{ mm}} = 4,46 \text{ mm}$$

Aufgabe 10:

	P2		K1	K2	K3	IM	TF
--	----	--	----	----	----	----	----

Ein Rohr mit dem abgebildeten Querschnitt wird mit einer Zugkraft $F = 30 \text{ kN}$ beansprucht. Die zulässige Zugspannung beträgt $\sigma_{z, \text{zul}} = 140 \text{ N/mm}^2$. Der Außendurchmesser des Rohres beträgt $D_A = 25 \text{ mm}$.

- Berechnen Sie den erforderlichen Mindestinnendurchmesser D_I des Rohres.
- Berechnen Sie D_A und D_I wenn D_A doppelt so groß sein soll wie D_I .



a)

$$S = \frac{F}{\sigma_{z, \text{zul}}}$$

$$S = \frac{30.000 \text{ N}}{140 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

$$S = 214,3 \text{ mm}^2$$

$$S = \frac{1}{4} \pi \cdot (D_A^2 - D_I^2)$$

$$D_A^2 - D_I^2 = \frac{S}{0,785}$$

$$D_I^2 = D_A^2 - \frac{S}{0,785}$$

$$D_I = \sqrt{D_A^2 - \frac{S}{0,785}}$$

$$D_I = \sqrt{(25 \text{ mm})^2 - \frac{214,3 \text{ mm}^2}{0,785}}$$

$$D_I = \sqrt{625 \text{ mm}^2 - 272,9 \text{ mm}^2}$$

$$D_I = \sqrt{352,1 \text{ mm}^2}$$

$$D_I = 18,76 \text{ mm}$$

b)

$$S = \frac{1}{4} \pi \cdot (D_A^2 - D_I^2)$$

$$S = 0,785 \cdot (D_A^2 - (0,5 \cdot D_A)^2) \quad (\text{nicht } S = 0,785 \cdot 0,5 \cdot D_A^2 \text{ Fehler.})$$

$$D_A^2 - (0,5 \cdot D_A)^2 = \frac{S}{0,785}$$

$$D_A^2 - 0,25 \cdot D_A^2 = \frac{S}{0,785}$$

$$0,75 \cdot D_A^2 = \frac{S}{0,785}$$

$$D_A^2 = \frac{S}{0,75 \cdot 0,785}$$

$$D_A^2 = \frac{S}{0,58875}$$

$$D_A = \sqrt{\frac{S}{0,58875}}$$

$$D_A = \sqrt{\frac{214,3 \text{ mm}^2}{0,58875}} = \sqrt{363,99 \text{ mm}^2}$$

$$D_A = 19,07 \text{ mm}$$

$$D_I = D_A \cdot 0,5$$

$$D_I = 19,07 \text{ mm} \cdot 0,5$$

$$D_I = 9,54 \text{ mm}$$

Kontrolle:

$$S = \frac{1}{4} \pi \cdot (D_A^2 - D_I^2)$$

$$S = 0,785 \cdot ((19,07 \text{ mm})^2 - (9,54 \text{ mm})^2)$$

$$S = 214,04 \text{ mm}^2 \quad (\text{Rundungsungenauigkeiten})$$

Aufgabe 7:

P1			K1	K2	K3	IM	TF
----	--	--	----	----	----	----	----

Geben Sie für die folgenden aufwärts sortierten Datenreihen den Median an.

- a) 3, 7, 9, 12, 15, 18, 21
- b) 3, 7, 9, 12, 15, 18, 21, 25

a)

Ungerade Anzahl: Datenreihe: 3, 7, 9, 12, 15, 18, 21 → Median = 12

b)

Gerade Anzahl: Datenreihe: 3, 7, 9, 12, 15, 18, 21, 25 → Median = $\frac{12+15}{2} = 13,5$

Aufgabe 8:

P1			K1	K2	K3	IM	TF
----	--	--	----	----	----	----	----

Was versteht man unter dem Begriff „Modalwert“ oder „Modus“?

Unter dem Begriff Modalwert oder Modus versteht man das Merkmal einer Datenreihe, das am häufigsten vorkommt.

In der Statistik wird dieses Merkmal ermittelt, um zu erkennen, welcher Wert innerhalb einer Datenreihe die größte Häufigkeit besitzt. Wenn in einer Liste von Zahlen bestimmte Werte mehrfach auftreten, ist der Modalwert derjenige, der am häufigsten erscheint.

Tritt in einer Datenreihe mehr als ein Wert mit der gleichen höchsten Häufigkeit auf, spricht man von einem bimodalen Datensatz. Das bedeutet, es gibt zwei Modalwerte (Plural: Modi), die jeweils gleich oft vorkommen.

Somit kann eine Datenreihe auch mehrere Modalwerte besitzen, wenn mehrere Werte gleich häufig auftreten.

Falls jeder Wert in einer Datenreihe nur einmal vorkommt, dann gibt es keinen Modus.

Statistik

Aufgabe 16:

P1			K1	K2	K3	IM	TF
----	--	--	----	----	----	----	----

Während der Überwachung eines Fertigungsprozesses für Drehteile werden über einen Zeitraum von sechs Stunden stündlich sechs Messergebnisse in mm aufgezeichnet.

		Nummer der Messung					
		1	2	3	4	5	6
06:00	Uhr	31,483	31,497	31,490	31,489	31,496	31,487
07:00	Uhr	31,487	31,495	31,490	31,483	31,488	31,493
08:00	Uhr	31,488	31,485	31,487	31,485	31,486	31,484
09:00	Uhr	31,486	31,484	31,485	31,484	31,488	31,486
10:00	Uhr	31,492	31,488	31,489	31,487	31,485	31,491
11:00	Uhr	31,487	31,489	31,485	31,491	31,482	31,484
12:00	Uhr	31,487	31,481	31,486	31,488	31,490	31,487

- Erstellen Sie in der folgenden Tabelle von allen 42 Messergebnissen die Häufigkeitsverteilung in Form einer Strichliste.
- Ermitteln Sie den arithmetischen Mittelwert $\bar{x}$.

i	x_i	Strichliste										h_x
1	31,481											
2	31,482											
3	31,483											
4	31,484											
5	31,485											
6	31,486											
7	31,487											
8	31,488											
9	31,489											
10	31,490											
11	31,491											
12	31,492											
13	31,493											
14	31,494											
15	31,495											
16	31,496											
17	31,497											

Statistik

a)

i	x_i	Strichliste												h_x	Anzahl $x_i * h_x$
1	31,481													1	31,48
2	31,482													1	31,48
3	31,483													2	62,97
4	31,484													4	125,94
5	31,485													5	157,43
6	31,486													4	125,94
7	31,487													7	220,41
8	31,488													5	157,44
9	31,489													3	94,47
10	31,490													3	94,47
11	31,491													2	62,98
12	31,492													1	31,49
13	31,493													1	31,49
14	31,494													0	0,00
15	31,495													1	31,50
16	31,496													1	31,50
17	31,497													1	31,50
Summe														42	1322,48

b)

$$\text{Arithmetischer Mittelwert} = \frac{\text{Summe der Werte}}{\text{Anzahl der Werte}} = \frac{1.322.48 \text{ mm}}{42} = 31,49 \text{ mm}$$